

УДК 551.4.01

## Физическая модель температуры недр Земли

**Ю.П. Петров, А.В. Горожанцев**

Пермский государственный национальный исследовательский университет, 614990, Пермь, ул. Букирева, 15

E-mail: petrov-1941@bk.ru

(Статья поступила в редакцию 3 мая 2017 г.)

Показано, что источником тепла недр Земли является увеличение плотности с глубиной, вызывающее деформацию атомов, которая приводит к росту их кинетической энергии. Кинетическая энергия атомов определяет их тепловое движение. Физическим параметром, характеризующим тепловое движение, является температура. С учетом в принятой модели химического состава и фазового состояния вещества получена зависимость температуры с глубиной, позволяющая предполагать резкое изменение температуры на границе жидкое ядро–твердое ядро. Сделано предположение о физических причинах возникновения вулканов по границам литосферных плит.

Ключевые слова: *сейсмические волны, плотность, атом водорода, кинетическая энергия, закон Больцмана, степени свободы, фазовое состояние.*

DOI: 10.17072/psu.geol.17.2.140

### Введение

Известно, что исследование термического поведения Земли является одним из наиболее умозрительных разделов геофизики. На больших глубинах температура меняется весьма неопределённо. На основании постоянно увеличивающегося со временем массива измерений в разных тектонических областях к настоящему времени определены значения потока тепла через поверхность Земли.

Считалось, что основным источником внутреннего тепла планеты является радиоактивность изотопов урана, тория, калия. Исследования показали, что радиоактивные элементы с сильными литофильными свойствами в основном распределены в коре и не могут определить весь тепловой поток, излучаемый Землей.

По современным представлениям распределение температур в недрах зависит

от состава недр и геодинамических процессов. Процессы, происходящие в мантии, связывают с фазовыми переходами, процессы в жидком ядре – с конвекцией и адиабатическими явлениями (Жарков, 1983). В работе О.Г. Сорохтина и С.А. Ушакова (1991) условно определено, что такие параметры, как плотность  $\rho$ , температура  $T$ , давление  $P$  и их распределение в недрах, создают физическую модель Земли. Предложен метод исследований, заключающийся в определении теоретической зависимости одной физической величины от другой, которая с большой вероятностью может быть определена экспериментально. Далее показано, что прохождение поперечных ( $S$ ) и продольных ( $P$ ) волн может дать точную информацию о распределении плотности и давления в недрах Земли.

## Постановка задачи

Рассмотрим качественную модель распределения температуры в недрах Земли с учетом изменения плотности  $\rho$  вещества. Отметим, что температура  $T$  является мерой средней кинетической энергии атомов в веществе (Трофимова, 2004), и далее определим причины движения атомов.

В работе Ю.П. Петрова, А.В. Киевского, В.И. Костицына (2014) показано, что одной из причин движения атома, изначально находящегося в неподвижном состоянии, является испускаемый им фотон. Количество движения неподвижного атома равно нулю. Также нулю равно и суммарное (ядро+фотон) количество движения атома и после испускания им фотона. Однако фотон движется в одну сторону, а атом, согласно закону сохранения импульса, в противоположную. Атом приобретает кинетическую энергию, а совокупность атомов определяет их среднюю кинетическую энергию в веществе, что и характеризует его температуру. Данная модель удобна для описания броуновского движения в газах и жидкостях.

Рассмотрим причину установления температуры вещества с учетом внутриатомных взаимодействий, зависящих от его плотности.

Интересным представляется высказывание В.Н. Жаркова (1983): «Реальной физической характеристикой среды, характеристикой более осязаемой, чем давление, является расстояние между атомами...». Эта идея им в дальнейшем не была развита. В данной работе авторы исходят из того, что увеличение плотности вещества вызывает деформацию его атомов.

## Методика исследования

Исследования проведены с использованием модели атома Резерфорда–Бора. Кинетическая энергия электрона  $(E_k)_e$  в атоме определяется формулой

$$(E_k)_e = \frac{m_e v_e^2}{2}, \quad (1)$$

где  $m_e$  – масса электрона,  $v_e$  – скорость электрона.

Второй закон Ньютона для электрона, движущегося в атоме под действием сил Кулона, имеет следующий вид:

$$\frac{z q_e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{m_e v_e^2}{r}, \quad (2)$$

где  $r$  – радиус орбиты электрона,  $q_e$  – заряд электрона,  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная,  $z$  – заряд ядра.

Воспользовавшись первым постулатом Бора (Трофимова, 2004) выраженным формулой

$$m_e v_e r = \frac{h}{2\pi} n, \quad (3)$$

определим радиус  $r$  на основании (3):

$$r = \frac{nh}{2\pi m_e v_e}. \quad (4)$$

Здесь  $h$  – постоянная Планка,  $n$  – номер орбиты электрона.

Подставляя найденный радиус  $r$  в уравнение (2), получим следующую формулу для вычисления  $v_e$ :

$$v_e = z \frac{q_e^2}{2\epsilon_0 h n}. \quad (5)$$

Уравнение (1) с учетом (5) запишется в виде

$$(E_k)_e = z^2 \frac{m_e q_e^4}{8h^2 \epsilon_0^2 n^2}. \quad (6)$$

Для атома водорода ( $z = 1$ ,  $n = 1$ ), принимая  $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$  кг;  $q_e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  Кл;  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Дж·с;  $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$  Ф/м на основании (6) получим значение кинетической энергии  $[(E_k)_e]_{z=1, n=1}$  электрона, равное  $21,80 \cdot 10^{-19}$  Дж.

Полученное значение кинетической энергии электрона равно величине энергии  $(E_u)_a$  ионизации атома водорода, которое установлено (Физический энциклопедический словарь, 1983) экспериментально и имеет значение, равное  $21,79 \cdot 10^{-19}$  Дж.

Относительная погрешность энергии, теоретически найденной по формуле (6) и полученной экспериментальным путем, составляет 0,05%, что находится в пределах погрешностей измерительных прибо-

ров. Поэтому в дальнейших расчетах будем использовать теоретическое значение кинетической энергии электрона, равное  $21,80 \cdot 10^{-19}$  Дж.

В этом случае уравнение (6) запишется в следующем виде:

$$(E_k)_e = \frac{z^2}{n^2} [(E_k)_e]_{z=1, n=1}. \quad (7)$$

В веществе тепловое движение атома определяется его кинетической энергией  $(E_k)_a$ . Масса  $m_a$  атома с большой степенью точности определяется массой  $m_j$  его ядра, т.к. электроны в атомах имеют гораздо меньшие значения массы. Для дальнейших рассуждений примем  $(E_k)_a = (E_k)_j$ .

Предположим, что атом в первоначальный момент неподвижен и не излучает фотон. Согласно планетарной модели атома, предложенной Резерфордом (Трофимова, 2004), электрон движется по орбите и обладает в каждый момент времени количеством движения  $m_e v_e$ . Из закона сохранения импульса следует, что равным ему и противоположным количеством движения  $-m_j v_j$  должно обладать взаимодействующее с ним ядро, т.е.  $m_e v_e - m_j v_j = 0$ . Здесь символы  $m_j$  и  $v_j$  соответственно обозначают массу и скорость ядра атома.

Отсюда, с учетом выражения (5), получаем формулу

$$v_j = \frac{m_e}{m_j} v_e = \frac{m_e}{m_j} \cdot \frac{z}{n} \cdot \frac{q_e^2}{2\epsilon_0 h}. \quad (8)$$

Кинетическая энергия  $(E_k)_a$  атома с учетом (7) и (8) запишется в следующем виде:

$$(E_k)_a = (E_k)_j = \frac{m_j v_j^2}{2} = \frac{z^2}{n^2} \frac{m_e}{m_j} [(E_k)_e]_{z=1, n=1}. \quad (9)$$

В атоме водорода радиусу  $r$  минимальной орбиты электрона соответствует ее номер  $n = 1$ . При увеличении плотности вещества объем атома уменьшается за счет приближения электрона к ядру. Поэтому делаем предположение, что значение  $n$  будет меньше единицы и обратно пропорциональным величине плотности  $\rho$ . Данное предположение запишем в виде отношения

$$n = \frac{C}{\rho}, \quad (10)$$

где  $C$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от среды и внешних условий.

С учетом (10) выражение (9) будет иметь вид

$$(E_k)_a = z^2 \frac{\rho^2}{C^2} \frac{m_e}{m_j} [(E_k)_e]_{z=1, n=1}. \quad (11)$$

Австралийский геофизик Булен, анализируя распределение сейсмических волн в недрах Земли, разделил недра на ряд зон, для которых ориентировочно был определен химический состав вещества. Согласно В.И. Трухину, К.В. Показаеву, В.Е. Куницыну (2005), принимаем, что твердое и жидкое ядра состоят из железа  ${}^{56}_{26}Fe$ , а мантия – из силикатов  $MgSiO_2 - Fe_2SiO_2$ .

В силу этого можно принять усредненные значения расчетных величин для твердого ядра (тв.я), жидкого ядра (ж.я) и мантии (м):

$$\begin{aligned} (z)_{\text{тв.я}} &= (z)_{\text{ж.я}} = 26; \\ (m_e/m_j)_{\text{тв.я}} &= (m_e/m_j)_{\text{ж.я}} = 9,82 \cdot 10^{-6}; \\ (z)_m &= 13,8; (m_e/m_j)_m = 3,00 \cdot 10^{-6}. \end{aligned} \quad (12)$$

Заряды  $z$  и соотношения масс  $m_e/m_j$  вычислены как усредненные значения на каждый атом среды. Информация для вычисления этих величин взята из справочника (Физический энциклопедический словарь, 1983).

При тепловом движении атомов, согласно закону Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы (Трофимова, 2004), для вычисления температуры  $T_{\text{теор}}$ , характеризующей энергию атома, имеем формулу

$$(E_k)_a = \frac{i}{2} k T_{\text{теор}}, \quad (13)$$

где  $i$  – степень свободы атома,  $k$  – постоянная Больцмана, равная  $1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К.

В твердом ядре Земли атом имеет три степени свободы ( $i = 3$ ). В жидком ядре атомы дополнительно обладают еще одной степенью свободы, обеспечивающей конвекционное движение ( $i = 4$ ). Для мантии, состоящей из силикатов, имеющих в молекулах связанное состояние атомов,

характерны колебательные движения последних, что отвечает двум степеням свободы ( $i = 2$ ).

Из равенства правых частей уравнений (11) и (13) для определения температуры вещества в недрах Земли получаем формулу

$$T_{\text{теор}} = \frac{2}{ik} z^2 \frac{\rho^2}{C^2} \cdot \frac{m_e}{m_{\text{я}}} [(E_k)_e]_{z=1, n=1}. \quad (14)$$

При вычислении  $T_{\text{теор}}$  по формуле (14) воспользуемся данными о плотности и температуре, приведенными в работе О.Г. Сорохтина, С.А. Ушакова (1991).

Распределение плотности $\rho$ и температуры $T$ с глубиной $H$ в недрах Земли			
$H, \text{ км}$	$\rho \cdot 10^3, \text{ кг/м}^3$	$T, \text{ К}$	$T_{\text{теор}}, \text{ К}$
1	2	3	4
200	3,30	1770	1109
430	3,60	1940	1320
430	3,82	2010	1487
600	4,09	2130	1704
670	4,16	2170	1793
670	4,37	2110	1946
800	4,49	2170	2054
1000	4,61	2260	2166
1200	4,72	2360	2270
1400	4,83	2450	2377
1600	4,94	2540	2486
1800	5,04	2640	2589
2200	5,25	2820	2809
2600	5,45	3010	3026
2885	5,60	3130	3195
2886	9,52	—	—
3000	10,06	3310	3310
3400	10,60	3830	3675
3800	11,06	4400	4000
4200	11,43	4870	4273
4600	11,72	5280	4492
5000	11,97	5620	4686
5120	12,04	5710	4741
5120	13,00	—	—
5400	13,10	5890	5890
5800	13,23	6060	6007
6000	13,27	6110	6044
6200	13,29	6140	6062
6371	13,29	6140	6062
288	—		

В уравнении (14) величина  $C$ , зависящая от параметров среды и внешних

условий, является неизвестной. Значение  $C$  можно рассчитать, используя метод реперных точек (Трухин, Показаев, Куницын, 2005).

Для этого из уравнения (14) находим

$$C = \sqrt{\frac{2}{ik} z^2 \frac{\rho^2}{T_{\text{теор}}} \cdot \frac{m_e}{m_{\text{я}}} [(E_k)_e]_{z=1, n=1}}. \quad (15)$$

В реперных точках предполагаем, что температура  $T$  и плотность  $\rho$ , приводимая в большинстве исследований, численно равны  $T_{\text{теор}}$  и  $\rho$ . Численные значения  $T$  и  $\rho$  берем из таблицы (Сорохтин, Ушаков, 1991).

Для мантии на глубине порядка 400 км при температурах  $T = (1600 \pm 50) \text{ К}$  создаются условия для фазовых переходов минералов  $\text{MgSiO}_2\text{--Fe}_2\text{SiO}_2$ . Такая температура соответствует плотности  $\rho = 3,90 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Вычисления по формуле (15) для мантии дают значение величины  $C_{\text{м}} = 0,82 \cdot 10^3$  ( $n = 21$ ). Для жидкого ядра при значении  $T = 3310 \text{ К}$  и плотности  $\rho = 10,06 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  величина  $C_{\text{ж.я}} = 4,00 \cdot 10^3$  ( $n = 0,33$ ), а для твердого ядра при  $T = 5890 \text{ К}$  и  $\rho = 13,10 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  значение  $C_{\text{тв.я}} = 4,50 \cdot 10^3$  ( $n = 0,34$ ).

### Результаты

В соответствии с вычисленными значениями коэффициентов  $C$  и с помощью уравнения (15) проведены вычисления величины  $T_{\text{теор}}$ .

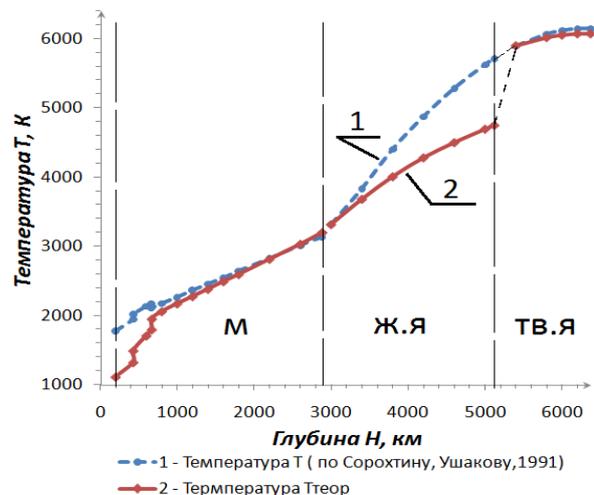


График зависимости распределения температур  $T$  в недрах Земли с глубиной  $H$

Результаты расчетов  $T_{\text{теор}}$  представлены в таблице (столбец 4), с их использованием построен график зависимости распределения температур в недрах  $T_{\text{теор}}$  Земли с глубиной (рисунок).

### Выводы

Результаты исследований показывают, что источником тепла служит изменение (увеличение) плотности пород. Чем плотнее сжата порода, тем выше ее температура, что в конечном итоге сводится к действию закона всемирного тяготения Ньютона.

Полученная зависимость  $T_{\text{теор}} = f(\rho)$  для принятой в работе модели имеет резкое изменение температуры на границе жидкое ядро – твердое ядро.

Можно предполагать, что движение литосферных плит в местах их взаимного соприкосновения создает условия, спо-

собствующие значительному увеличению плотности пород и повышению температуры, что в свою очередь приводит к образованию вулканов.

### Библиографический список

- Жарков В.Н.* Внутреннее строение Земли и планет. М.: Наука, 1983. 416 с.
- Сорохтин О.Г., Ушаков С.А.* Глобальная эволюция Земли. М.: Изд-во. МГУ, 1991. 455с.
- Трофимова Т.И.* Курс физики. М. Высш. шк., 2004. 544 с.
- Трухин В.И., Показаев К.В., Куницын В.Е.* Общая и экологическая геофизика. М.: Физматлит, 2005. 576 с.
- Петров Ю.П., Киевский А.В., Костицын В.И.* Совершенствование методики преподавания естественных наук // Перспективы науки. Тамбов, 2014. №2 (53). С. 60-63.
- Физический энциклопедический словарь / гл. ред. А. М. Прохоров. М.: Советская энциклопедия, 1983. 928 с.*

## Physical Model of the Earth's Interior Temperature

Yu.P. Petrov, A.V. Gorozhantsev

Perm State University, 15 Bukireva Str., Perm 614990 Russia

E-mail: petrov-1941@bk.ru

It is shown that the source of the earth's internal heat is a density increase with the depth. The matter density increase causes atoms deformation, which leads to an increase in their kinetic energy. The kinetic energy of atoms determines their thermal motion. The temperature is a physical parameter characterizing thermal motion. Taking into account the chemical composition and phase state of the substance in the introduced model, the temperature dependence on the depth was determined. It allows assuming a sharp temperature change at the boundary between the liquid and solid core. The assumption about the physical causes of volcanoes occurrences along the boundaries of lithospheric plates was made.

Key words: *seismic waves, density, hydrogen atom, kinetic energy, Boltzmann's law, degrees of freedom, phase state.*

### References

- Zharkov V.N.* 1983. Vnutrennee stroenie Zemli i planet [The internal structure of the Earth and the planets]. Nauka, Moskva, p. 416. (in Russian)
- Sorokhtin O.G., Ushakov S.A.* 1991. Globalnaya evolyutsiya Zemli [Global evolution of the Earth]. MGU, Moskva, p. 455 (in Russian)
- Trofimova T.I.* 2004. Kurs fiziki [Physics]. Vysshaya shkola, Moskva, p. 544. (in Russian)
- Trukhin V.I., Pokazaev K. V., Kunitsyn V.E.* 2005. Obshchaya i ekologicheskaya geofizika [General and environmental geophysics]. Fizmatlit, Moskva, p. 576. (in Russian)
- Petrov Yu.P., Kievskiy AV, Kostitsyn VI.* 2014. Sovershenstvovanie metodiki prepodavaniya estestvennykh nauk [Development of the teaching methods in the natural sciences]. Perspektivy nauki, 2(53):60-63. (in Russian)
- Fizicheskiy entsiklopedicheskiy slovar* [Physical encyclopedic dictionary]. A. M. Prokhorov Ed., Sovetskaya entsiklopediya, Moskva, p. 928. (in Russian)