ГЕОФИЗИКА

УДК 550.34.013

Автоматический выбор параметра регуляризации в разреженном параболическом преобразовании Радона для подавления кратных волн

С. К. Карякин[a, b]

[a] ПАО Пермнефтегеофизика
614090, Пермь, ул. Лодыгина, 34. E-mail: sem2714@gmail.com
[b] Пермский государственный национальный исследовательский университет
614068, Пермь, ул. Букирева, 15.

(Статья поступила в редакцию 15.05.2026 г.)

В работе рассматривается задача подавления кратных волн на основе высокоразрешающего параболического преобразования Радона, сформулированная как некорректная линейная обратная задача. Показано, что для данной постановки естественной является ℓ1-регуляризация, поскольку она согласуется с гипотезой разреженности модели в области Радона и обеспечивает более высокую селективность разделения первичных и кратных волн по сравнению с квадратичной регуляризацией. Основное внимание уделено выбору параметра регуляризации λ, от которого одновременно зависят устойчивость решения, степень подавления кратных и сохранность полезного сигнала. Предлагается теоретически обоснованная схема объективного выбора λ на основе метода L-кривой и критерия GCV-типа, адаптированного к нелинейной ℓ1-постановке через эффективное число степеней свободы. Обосновано, что для нестационарных сейсмических данных наиболее перспективен не глобальный, а локальный оконный выбор параметра λ. Представлена алгоритмическая схема реализации подхода, обсуждены его ограничения и направления дальнейшей апробации на реальных данных. Научная новизна работы состоит в переносе объективных критериев выбора параметра регуляризации в постановку разреженного радоновского преобразования с локальной адаптацией к структуре данных. Работоспособность подхода продемонстрирована численным примером на синтетических данных, воспроизводящих сейсмогеологические условия платформенного разреза. Энергия кратной волны подавлена на 91 %, коэффициент корреляции восстановленного целевого отражения с эталоном составил 0,99.

Ключевые слова: *преобразование Радона, кратные волны, регуляризация, ℓ1-норма, L-кривая, GCV, обратные задачи, сейсмическая обработка, адаптивный выбор параметра*.

DOI: 10.17072/psu.geol.25.3.247

Введение

Подавление кратных волн остается одной из центральных задач обработки сейсмических данных. Наличие кратных отражений искажает кинематическую картину отраженного волнового поля, ухудшает прослеживаемость полезных горизонтов и снижает достоверность дальнейшей геологической интерпретации. Существенная трудность заключается в том, что кратные волны не являются шумом в обычном статистическом смысле. Это структурированные компоненты сигнала, близкие по своей природе к полезным отражениям, поэтому их подавление требует не только фильтрационных, но прежде всего модельных методов разделения.

Данная работа ориентирована главным образом на наземную сейсморазведку методом общей глубинной точки (МОГТ-2D/3D), которая служит основным инструментом подготовки нефтегазоперспективных объектов к глубокому бурению. В условиях Пермского края (Волго-Уральская нефтегазоносная провинция) методом МОГТ решаются задачи картирования франско-фаменских

© Карякин С. К., 2026

Работа лицензирована в соответствии с CC BY 4.0. Чтобы просмотреть копию этой лицензии, посетите https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

рифогенных построек, визейских терригенных пластов, малоамплитудных структур облекания и уточнения структурных планов основных отражающих горизонтов. Особенностью верхней части осадочного чехла региона является присутствие сульфатно-галогенной толщи кунгурского яруса и высокоскоростных карбонатных пачек, интенсивные кратные волны от которых накладываются на целевые визейско-турнейские и девонские интервалы записи, искажая структурные построения и осложняя прослеживание слабоконтрастных отражений. Поэтому эффективное и воспроизводимое подавление кратных волн напрямую влияет на достоверность геологического результата съемок МОГТ.

Среди модельных методов разделения особое место занимает преобразование Радона, позволяющее перенести задачу разделения в пространство параметров, где первичные и кратные события различаются по кривизне годографов. В высокоразрешающем варианте данная идея оказывается особенно продуктивной, поскольку разреженное представление модели в области Радона обеспечивает высокую селективность разделения. Однако практическая эффективность такого подхода критически зависит от выбора параметра регуляризации. При неудачном выборе этого параметра высокоразрешающее преобразование либо начинает подстраиваться под шум и модельные погрешности, либо, наоборот, становится чрезмерно жестким и подавляет часть полезного сигнала.

В существующей практике параметр регуляризации часто выбирается эмпирически, путем ручной настройки. Такой способ мало воспроизводим и плохо согласуется с природой реальных сейсмических данных, которые, как правило, нестационарны по времени и по латерали. Возникает противоречие. С одной стороны, разреженная ℓ1-инверсия является естественной и физически содержательной постановкой для задачи преобразования Радона. С другой стороны, отсутствие объективной процедуры выбора λ ограничивает надежность и переносимость результатов.

Цель данной работы состоит в разработке и теоретическом обосновании процедуры объективного выбора параметра регуляризации в задаче высокоразрешающего параболического преобразования Радона для подавления кратных волн. Работа носит теоретико-методический характер. Работоспособность предложенной схемы демонстрируется численным примером, воспроизводящим сейсмогеологические условия Пермского Прикамья. Ее научная новизна заключается в переносе объективных критериев выбора параметра регуляризации, а именно метода L-кривой и критерия GCV-типа, в постановку разреженной радоновской инверсии с локальным, оконным выбором λ. Практическая значимость определяется возможностью построения воспроизводимого алгоритма, в меньшей степени зависящего от субъективной ручной настройки.

Математическая постановка задачи

Пусть $d \in \mathbb{R}^N$ – вектор наблюденных данных, $m \in \mathbb{R}^M$ – искомая модель в области Радона, $L \in \mathbb{R}^{\{N \times M\}}$ – оператор прямого преобразования, $n \in \mathbb{R}^N$ – шум и компоненты сигнала, не описываемые принятой моделью. Тогда связь между данными и моделью записывается в виде

$$d = Lm + n. \qquad (1)$$

В данной записи оператор L задается системой базисных функций, соответствующих параболическим траекториям с различными значениями нулевого времени τ и параметра кривизны q. Физический смысл уравнения (1) состоит в том, что наблюденное волновое поле аппроксимируется суперпозицией событий, принадлежащих выбранному классу траекторий. Такая постановка естественна для задач разделения первичных и кратных отражений, однако она приводит к серьезным трудностям с точки зрения обращения.

Ограниченная апертура наблюдений, неполнота системы наблюдений и сильная коррелированность столбцов оператора L приводят к плохой обусловленности матрицы, а в ряде практических случаев – к ее ранговой недостаточности. Следовательно, задача восстановления m по данным d оказывается некорректной в смысле устойчивости, поскольку малые возмущения в данных могут вызывать большие изменения решения. По этой причине прямое решение методом наименьших квадратов оказывается чувстви-

тельным к шуму и дает неустойчивые, избыточно осциллирующие модели.

Для стабилизации решения обратная задача рассматривается в вариационной постановке

$$\widehat{m}(\lambda) = \arg\min_{m}\{D(d, Lm) + \lambda R(m)\}, \quad (2)$$

где $D(d, Lm)$ – функционал невязки; $R(m)$ – регуляризатор; $\lambda > 0$ – параметр регуляризации, задающий компромисс между точностью аппроксимации и устойчивостью. В стандартной постановке используется квадратичная невязка

$$D(d, Lm) = \|\mathrm{d} - \mathrm{Lm}\|_2^2. \quad (3)$$

Выбор именно такой меры невязки имеет статистическое обоснование. Если шум n моделируется как центрированный гауссовский случайный вектор, минимизация (3) эквивалентна оценке максимального правдоподобия.

Выбор регуляризатора и обоснование ℓ1-постановки

Классическая регуляризация Тихонова использует квадратичный стабилизатор

$$R(m) = \|m\|_2^2. \quad (4)$$

Такой выбор обеспечивает устойчивость решения, однако в задачах высокоразрешающего преобразования Радона он, как правило, приводит к размытым моделям в параметрическом пространстве. С физической точки зрения это означает, что энергия решения распределяется по значительному числу компонент, тогда как реальная структура событий в области Радона обычно существенно более компактна.

Для рассматриваемой задачи более адекватной является гипотеза разреженности, согласно которой в каждый фиксированный момент времени в области Радона присутствует только ограниченное число доминирующих событий. Исходя из этой гипотезы, естественным становится выбор стабилизатора в виде ℓ1-нормы

$$R(m) = \|m\|_1 = \sum_{\mathrm{j}=1}^{M}|m_j|. \quad (5)$$

Тогда задача принимает вид

$$\widehat{m}(\lambda) = arg\min_{m}\{\|d - Lm\|_2^2 + \lambda\|m\|. \quad (6)$$

Преимущество функционала (6) состоит в том, что ℓ1-регуляризация поощряет компактные решения. Малые и неустойчивые коэффициенты зануляются, а модель концентрируется на ограниченном наборе наиболее информативных компонент. В отличие от квадратичной регуляризации, которая сглаживает решение, ℓ1-регуляризация соответствует требованию селективности и лучше согласуется с физикой разделения первичных и кратных отражений.

Кроме того, выбор ℓ1-штрафа имеет байесовскую интерпретацию, поскольку соответствует введению лапласовского априорного распределения на компоненты модели и тем самым приводит к оценке максимума апостериорной вероятности. Это еще раз подчеркивает, что функционал (6) не является формальным вычислительным приемом, а опирается на содержательные априорные предположения о структуре решения.

Проблема выбора параметра регуляризации

Несмотря на естественность ℓ1-постановки, ее практическая эффективность решающим образом зависит от выбора параметра λ. Именно этот параметр определяет баланс между качеством согласования модели с данными и степенью ее разреженности. При малых значениях λ регуляризация оказывается слабой, и решение начинает воспроизводить не только полезный сигнал, но и шум, а также модельные погрешности. При слишком больших значениях λ модель становится чрезмерно простой, и вместе с кратными волнами подавляется часть первичных отражений.

Следовательно, выбор λ одновременно управляет устойчивостью решения, его разрешающей способностью и уровнем искажения полезного сигнала. В этом смысле λ является не вспомогательным коэффициентом, а центральным параметром всего преобразования.

Практическая сложность усугубляется нестационарностью реальных сейсмических данных. По времени и по латерали изменяются отношение сигнал/шум, амплитудная структура, интенсивность кратных волн и их кинематические особенности. В такой ситуации одно глобальное значение λ почти неизбежно оказывается компромиссным и локально неоптимальным. Это означает, что

проблема выбора параметра регуляризации должна решаться не эмпирически, а на основе объективных критериев, непосредственно связанных с данными и вариационной постановкой задачи.

Объективные критерии выбора параметра регуляризации

В теории некорректных задач разработан ряд методов, позволяющих выбирать параметр регуляризации автоматически. Для рассматриваемой постановки наибольший интерес представляют метод L-кривой и критерий GCV-типа.

Для каждого значения λ, принадлежащего заданной сетке параметров, вычисляется решение $\widehat{m}_\lambda$ задачи (6), после чего определяются две характеристики:

$$\rho(\lambda) = \|d - L\widehat{m}_\lambda\|_2, \quad (7)$$

$$\eta(\lambda) = \|\widehat{m}_\lambda\|_1. \quad (8)$$

Величина ρ(λ) характеризует норму невязки, а η(λ) отражает сложность решения в терминах его ℓ1-нормы. В логарифмических координатах (log ρ(λ), log η(λ)) набор таких точек образует L-кривую. Ее правая верхняя часть соответствует чрезмерной регуляризации, а левая нижняя отвечает недостаточной. Оптимальным считается значение параметра, соответствующее точке максимальной кривизны:

$$\lambda_L = \arg\max_\lambda \kappa(\lambda), \quad (9)$$

где κ(λ) – кривизна L-кривой. Геометрический смысл этого критерия состоит в поиске наилучшего компромисса между уменьшением невязки и увеличением сложности решения. Преимущество метода состоит в отсутствии необходимости в явной оценке уровня шума.

Второй подход основан на идеях обобщенной перекрестной проверки. Классическая обобщенная перекрестная проверка GCV была разработана для линейных регуляризующих процедур. Однако в ℓ1-постановке отображение $d \mapsto \widehat{m}_\lambda$ является нелинейным. Поэтому используется адаптированный критерий GCV-типа, для которого вводится эффективное число степеней свободы.

Пусть активное множество задается как

$$A(\lambda) = \{j \in \{1, \dots, M\}: |\widehat{m}_j(\lambda)| > \varepsilon\}, \quad (10)$$

где ε – малый порог, отделяющий численный нуль от активных компонент решения. Тогда эффективное число степеней свободы аппроксимируется как

$$edof(\lambda) \approx |A(\lambda)|, \quad (11)$$

где edof – эффективное число степеней свободы (effective degrees of freedom). Для ℓ1-задачи число ненулевых компонент решения является несмещенной оценкой edof.

На этой основе вводится критерий

$$V(\lambda) = \frac{\|d - L\widehat{m}_\lambda\|_2^2}{(N - edof(\lambda))^2}. \quad (12)$$

Оптимальный параметр определяется по правилу

$$\lambda_{\mathrm{GCV}} = \arg\min_{\lambda \in \Lambda} V(\lambda), \quad (13)$$

где λ_{GCV} – оптимальное значение параметра сглаживания (регуляризации), выбранное по обобщённой перекрестной проверке; Λ – допустимое множество значений λ.

Важно подчеркнуть, что выражение (12) не является классическим GCV в строгом смысле. Речь идет именно о критерии GCV-типа, адаптированном к нелинейной разреженной инверсии. Тем не менее он позволяет связать качество аппроксимации данных с фактической сложностью разреженной модели и потому является естественным инструментом выбора λ в задаче (6).

Локальный адаптивный выбор параметра

Ключевая особенность реальных сейсмических данных состоит в их выраженной нестационарности. Поэтому выбор одного глобального значения λ для всей записи методологически недостаточен. Для учета этой особенности в работе предлагается локальная постановка задачи.

Пусть W_k – оператор выделения *k*-го временного, пространственного или пространственно-временного окна. Тогда

$$d_k = W_k d, \quad (14)$$

$$L_k = W_k L. \quad (15)$$

В каждом окне рассматривается задача

$$\widehat{m}(\lambda) = \arg\min_m \{\|d_k - L_k m\|_2^2 + \lambda\|m| \quad (16)$$

После этого параметр регуляризации выбирается независимо в каждом окне либо по правилу максимальной кривизны L-кривой

$$\lambda_k = \arg\max_{\lambda} \kappa_k(\lambda) \qquad (17)$$

либо по правилу минимума критерия GCV-типа

$$\lambda_k = \arg\min_{\lambda} V_k(\lambda). \qquad (18)$$

Тем самым вместо одного скалярного параметра формируется поле значений λ_k, отражающее изменение локальных свойств сигнала и помех. Физический смысл такого перехода состоит в том, что режим регуляризации адаптируется к структуре данных. В зонах с интенсивными и хорошо отделимыми кратными волнами регуляризация может быть более жесткой, а в областях с риском повреждения полезного сигнала она смягчается.

Локальный подход может быть реализован с перекрывающимися окнами и последующим сглаживанием поля λ_k. Это позволяет уменьшить артефакты на границах окон и сделать итоговую схему применимой в практических вычислениях. Таким образом, работа предлагает не новый тип преобразования Радона, а новую процедуру настройки уже существующей разреженной инверсии, согласованную с нестационарной природой реальных данных.

Численный пример и геолого-геофизическая интерпретация

Для демонстрации работоспособности предложенной схемы выполнен численный эксперимент на синтетических данных, воспроизводящих типичные сейсмогеологические условия платформенного разреза Пермского Прикамья. Модель включает три интенсивных первичных отражения-репера (t_0 = 0,35; 0,62; 0,95 с), слабое целевое отражение на $t_0 \approx 1{,}55$ с при амплитуде 0,28 отн. ед. (аналог отражений визейско-турнейского интервала) и полнократную волну от неглубокой высокоскоростной толщи (аналог отражения от сульфатно-галогенной толщи кунгурского яруса) с амплитудой, вчетверо превышающей амплитуду целевого отражения. Сейсмограмма ОГТ (48 каналов, вынос до 3200 м, импульс Рикера 28 Гц, случайный шум 3 %) рассматривается после кинематической коррекции по скоростям первичных волн, поэтому первичные отражения горизонтальны, а кратная волна сохраняет остаточную параболическую кривизну (рис. 1, а). Именно такая ситуация, когда слабый целевой горизонт маскируется интенсивной кратной волной, типична для условий, описанных во введении.

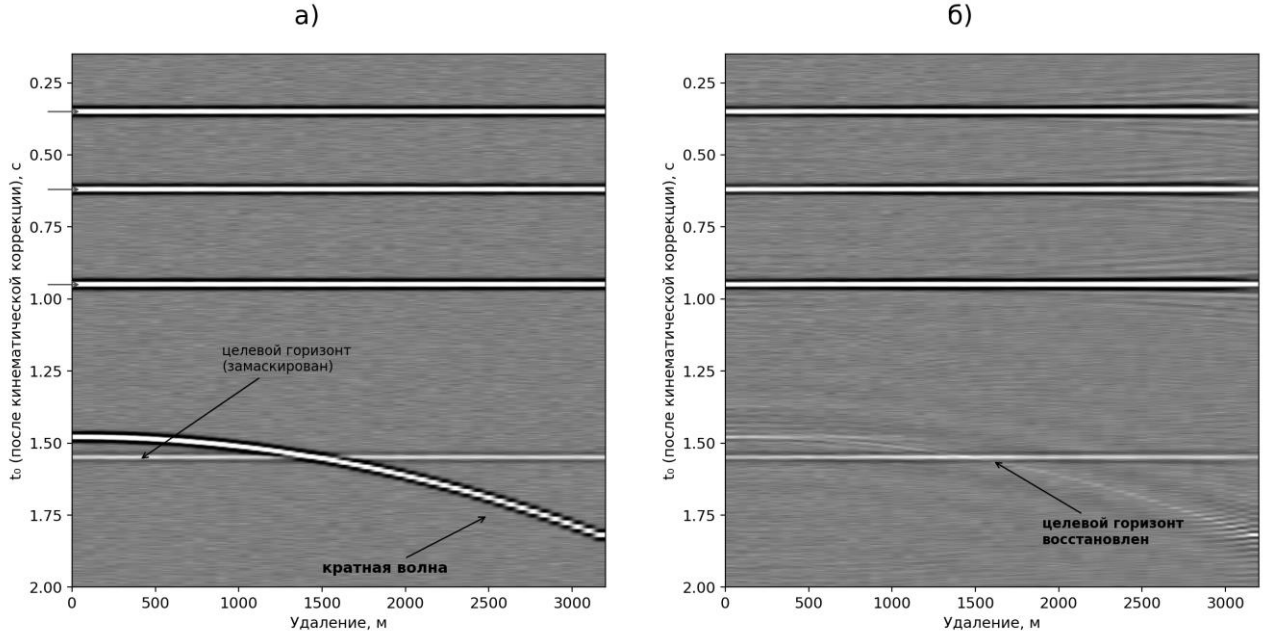


Рис. 1. *Синтетическая сейсмограмма ОГТ после кинематической коррекции: а) исходные данные, кратная волна с остаточной параболической кривизной осложняет слабый целевой горизонт ($t_0 \approx 1{,}55$ с), стрелки слева отмечают отражения-реперы; б) результат вычитания кратной волны, целевой горизонт восстановлен*

В области параболического преобразования Радона (рис. 2) волновые поля разделяются по параметру кривизны q в соответствии с постановкой (1).

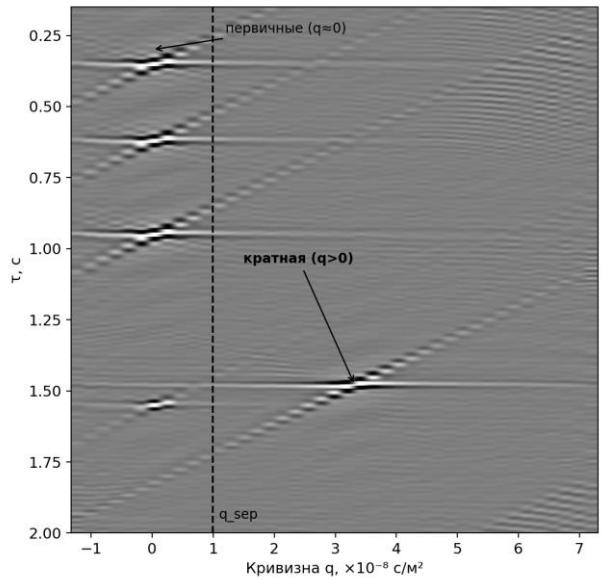


Рис. 2. *Модель данных в области параболического преобразования Радона (τ–q): первичные отражения сфокусированы при q ≈ 0, кратная волна – в области q > 0; пунктир – граница разделения $q_{sep} = 1{\cdot}10^{-8}$ с/м²*

Первичные отражения фокусируются вдоль оси q ≈ 0, кратная волна попадает в область q > 0. Процедура подавления сводится к маскированию области $q > q_{sep}$, где q_{sep} – граничное значение кривизны, отделяющее первичные отражения от кратных (в данном примере $q_{sep} = 1{\cdot}10^{-8}$ с/м^2), реконструкции кратной волны и ее вычитанию из исходных данных.

Сопоставление способов регуляризации иллюстрирует ключевое положение раздела о выборе регуляризатора. При квадратичной регуляризации (4) модель в области Радона размыта (рис. 3 а), ее протяженные «хвосты» пересекают границу q_{sep}, что ведет к взаимному проникновению первичных и кратных волн при маскировании. ℓ1-регуляризация (5)–(6) с автоматическим выбором λ концентрирует те же события в компактные фокусы (рис. 3 б), обеспечивая селективность разделения. В этом состоит практический смысл гипотезы разреженности.

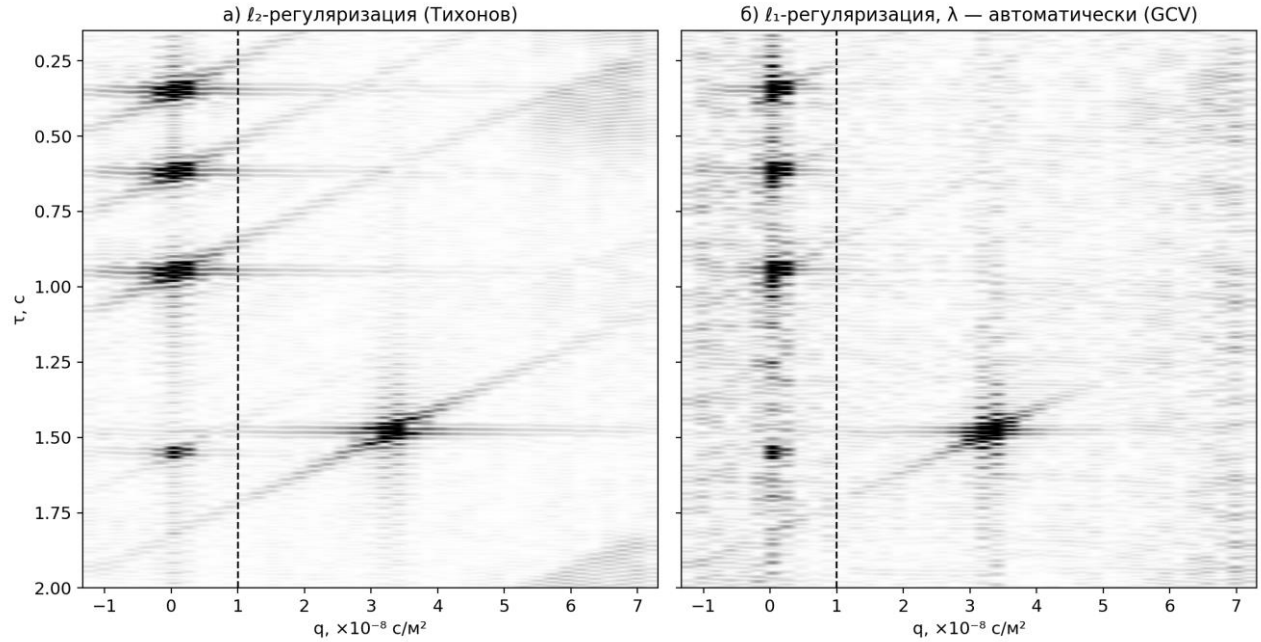


Рис. 3. *Разрешающая способность в области Радона: а) квадратичная (ℓ2) регуляризация – модель размыта, «хвосты» событий пересекают границу q_{sep}; б) ℓ1-регуляризация с автоматическим выбором λ – события сжаты в компактные фокусы*

Инверсия выполнялась в частотной области независимо для каждой временной частоты. Параметр λ выбирался автоматически по критерию GCV-типа (12)–(13) для каждой частотной компоненты. Поскольку синтетические данные квазистационарны, применялся глобальный по времени выбор λ. Локальная оконная адаптация (14)–(18) становится существенной на реальных нестационарных данных и является предметом дальнейшей апробации.

Зависимость V(λ) для компоненты на доминантной частоте импульса 28 Гц (рис. 4) унимодальна. Ее минимум определяет квазиоптимальное значение без ручной настройки и без явной оценки уровня шума.

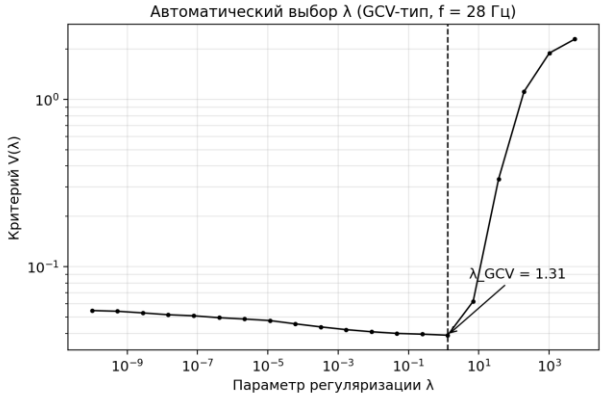


Рис. 4. *Критерий GCV-типа V(λ) для частотной компоненты 28 Гц: минимум функционала определяет квазиоптимальное значение λ автоматически*

Результат вычитания реконструированной кратной волны показан на рис. 1 б. Энергия кратной волны в целевом окне (1,30–1,75 с) подавлена на 91 %, коэффициент корреляции восстановленного целевого отражения с эталонным первичным полем составляет 0,99, амплитуды реперных горизонтов не искажены. Слабые остаточные артефакты на дальних удалениях связаны с ограниченной апертурой наблюдений. Количественные оценки получены по суммотрассам. Энергия сравнивалась в целевом окне до и после вычитания, корреляция вычислена с эталонной суммотрассой, рассчитанной по модели, содержащей только первичные волны.

Геологический эффект подавления иллюстрирует рис. 5, где та же процедура применена к модельному временному разрезу с малоамплитудной (45 мс) антиклинальной структурой по целевому горизонту. До обработки кратная волна интерферирует со сводом структуры, и ее замыкание не прослеживается. После подавления антиклинальная ловушка, потенциальный объект постановки поискового бурения, уверенно картируется по всему профилю.

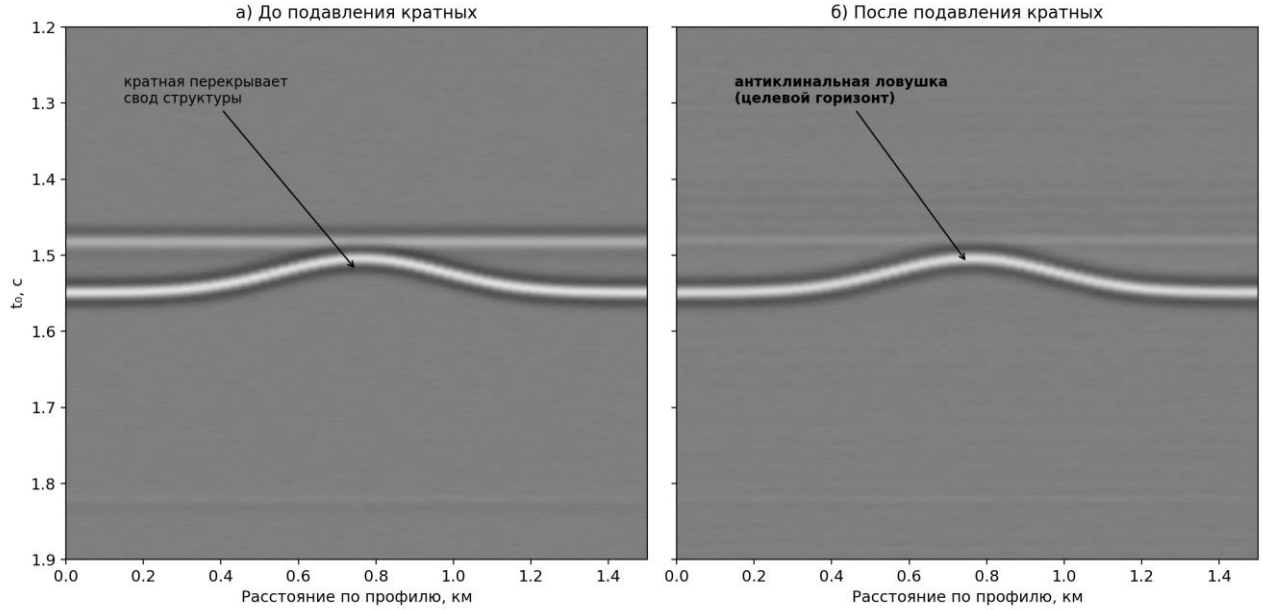


Рис. 5. *Фрагмент модельного временного разреза: а) до подавления кратная волна интерферирует со сводом антиклинальной структуры; б) после подавления антиклинальная ловушка по целевому горизонту уверенно прослеживается*

С точки зрения практики МОГТ предложенная схема расширяет возможности метода по трем направлениям. Во-первых, восстанавливается прослеживаемость глубоких и слабоконтрастных отражающих горизонтов, перекрытых кратными волнами. В условиях Пермского края это прежде всего визейско-турнейский и девонский интервалы, с которыми связаны основные перспективы нефтегазоносности. Во-вторых, снижается риск ложных структурных построений, при которых динамически выраженная кратная волна принимается за первичное отражение. В-третьих, автоматический выбор па-

раметра регуляризации устраняет интерактивный этап ручного подбора λ, занимающий в производственной практике часы работы обработчика на каждый профиль и плохо воспроизводимый между исполнителями. Объективный критерий делает результат воспроизводимым и практически исключает трудозатраты на настройку.

Заключение

В работе рассмотрена задача подавления кратных волн на основе высокоразрешающего параболического преобразования Радона, сформулированная как линейная некорректная обратная задача. Показано, что естественной формой регуляризации для данной постановки является ℓ1-норма, обеспечивающая разреженность и интерпретируемость решения в области Радона.

Установлено, что центральной проблемой практического применения разреженного радоновского преобразования является выбор параметра регуляризации λ. Для решения этой проблемы предложено использовать объективные критерии, а именно метод L-кривой и критерий GCV-типа, основанный на оценке эффективного числа степеней свободы модели.

Показано, что для нестационарных сейсмических данных наиболее перспективен локальный, оконный выбор параметра регуляризации. Такая стратегия позволяет согласовать математическую модель, статистические свойства данных и физическую структуру волнового поля. В этом состоит основной методический результат работы.

Работоспособность схемы подтверждена синтетическим численным примером, воспроизводящим сейсмогеологические условия платформенного разреза. Энергия кратной волны подавлена на 91 % при корреляции восстановленного целевого отражения с эталоном 0,99, а на модельном временном разрезе восстановлено прослеживание малоамплитудной антиклинальной структуры по целевому горизонту.

Важно отметить и границы применимости предложенного подхода. Работа носит теоретико-методический характер и не претендует на завершенную производственную реализацию. Для окончательной оценки эффективности необходимы эксперименты на реальных производственных данных, сравнение различных стратегий выбора окна, анализ чувствительности к порогу ε и оценка вычислительной стоимости. Тем не менее предложенная схема задает формально корректную основу для построения воспроизводимого алгоритма подавления кратных волн.

Дальнейшее развитие исследования связано с апробацией описанной схемы на реальных производственных данных, применением сингулярного разложения для анализа оператора, сравнением критериев выбора параметра и оценкой компромисса между степенью подавления кратных волн, сохранностью первичных отражений и вычислительной сложностью алгоритма.

Библиографический список

Тихонов А. Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации // Доклады Академии наук СССР. 1963. Т. 151, № 3. С. 501–504.

Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979.

Carmack P. S., Spence J. S., Schucany W. R. Generalised correlated cross-validation // Journal of Nonparametric Statistics. 2012. Vol. 24, No. 2. P. 269–282.

Golub G. H., Heath M., Wahba G. Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter // Technometrics. 1979. Vol. 21, No. 2. P. 215–223. DOI: 10.1080/00401706.1979.10489751 EDN: HMRAZX

Hampson D. Inverse velocity stacking for multiple elimination // Journal of the Canadian Society of Exploration Geophysicists. 1986. Vol. 22, No. 1. P. 44–55.

Hansen P. C. Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve // SIAM Review. 1992. Vol. 34, No. 4. P. 561–580.

Hansen P. C., O'Leary D. P. The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems // SIAM Journal on Scientific Computing. 1993. Vol. 14, No. 6. P. 1487–1503.

Hastie T., Tibshirani R., Friedman J. The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction. 2nd ed. New York: Springer, 2009.

Park T., Casella G. The Bayesian Lasso // Journal of the American Statistical Association. 2008. Vol. 103, No. 482. P. 681–686.

Sacchi M. D., Ulrych T. J. High-resolution velocity gathers and offset space reconstruction // Geophysics. 1995. Vol. 60, No. 4. P. 1169–1177.

Stein C. M. Estimation of the mean of a multivariate normal distribution // The Annals of Statistics. 1981. Vol. 9, No. 6. P. 1135–1151.

Tibshirani R. Regression shrinkage and selection via the lasso // Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological). 1996. Vol. 58, No. 1. P. 267–288.

Trad D., Ulrych T., Sacchi M. Latest views of the sparse Radon transform // Geophysics. 2003. Vol. 68, No. 1. P. 386–399.

Wahba G. Spline Models for Observational Data. Philadelphia: SIAM, 1990.

Zhang Q., Wang H., Chen W., Huang G. A local Radon transform for seismic random noise attenuation // Journal of Applied Geophysics. 2021. Vol. 186. Art. 104264. DOI: 10.1016/j.jappgeo.2021.104264 EDN: RVDOBX

Zou H., Hastie T., Tibshirani R. On the "degrees of freedom" of the lasso // The Annals of Statistics. 2007. Vol. 35, No. 5. P. 2173–2192.

Automatic Selection of the Regularization Parameter in the Sparse Parabolic Radon Transform for Multiples Suppression

S. K. Karyakin[a, b]

[a] PJSC Permneftegeofizika, 34 Lodygina Str., Perm 614090, Russia

[b] Perm State University, 15 Bukireva Str., Perm 614068, Russia. E-mail: sem2714@gmail.com

The paper considers the problem of multiple suppression based on the high-resolution parabolic Radon transform, formulated as an ill-posed linear inverse problem. It is shown that $\ell 1$-regularization is natural for this formulation, since it agrees with the sparsity hypothesis for the model in the Radon domain and provides a higher selectivity of separation of primary and multiple waves compared with quadratic regularization. Central attention is paid to the choice of the regularization parameter λ, which simultaneously determines the stability of the solution, the degree of multiple suppression, and the preservation of the useful signal. A theoretically justified scheme for the objective choice of λ is proposed based on the L-curve method and the GCV-type criterion adapted to the nonlinear $\ell 1$ formulation through the effective number of freedom degrees. It is shown that for non-stationary seismic data the most promising strategy is not a global but a local windowed selection of the parameter λ. An algorithmic scheme for the implementation of the approach is presented, its limitations and directions for further testing on real data are discussed. The scientific novelty of the work consists in transferring objective criteria for choosing the regularization parameter to the formulation of the sparse Radon transform with local adaptation to the data structure. The feasibility of the approach is demonstrated by a numerical example on synthetic data reproducing the seismic and geological conditions of a platform section. The multiple energy is suppressed by 91 %, and the correlation coefficient between the recovered target reflection and the reference reaches 0.99.

Key words: *Radon transform, multiple waves, regularization, $\ell 1$-norm, L-curve, GCV, inverse problems, seismic processing, adaptive parameter selection*.

References

Tikhonov A.N. 1963. O reshenii nekorrektno postavlennykh zadach i metode regulyarizatsii [On the solution of ill-posed problems and the method of regularization]. Doklady Akademii nauk SSSR. 151(3):501–504. (in Russian)

Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. 1979. Metody resheniya nekorrektnykh zadach [Methods for Solving the Ill-Posed Problems]. Moskva, Nauka. (in Russian)

Carmack P.S., Spence J.S., Schucany W.R. 2012. Generalised correlated cross-validation. Journal of Nonparametric Statistics. 24(2):269–282.

Golub G.H., Heath M., Wahba G. 1979. Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter. Technometrics. 21(2):215–223. DOI: 10.1080/00401706.1979.10489751 EDN: HMRAZX

Hampson D. 1986. Inverse velocity stacking for multiple elimination. Journal of the Canadian Society of Exploration Geophysicists. 22(1):44–55.

Hansen P.C. 1992. Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve. SIAM Review. 34(4):561–580.

Hansen P.C., O'Leary D.P. 1993. The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems. SIAM Journal on Scientific Computing. 14(6):1487–1503.

Hastie T., Tibshirani R., Friedman J. 2009. The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction. 2nd ed. New York, Springer, 2009.

Park T., Casella G. 2008. The Bayesian Lasso. Journal of the American Statistical Association. 103(482):681–686.

Sacchi M.D., Ulrych T.J. 1995. High-resolution velocity gathers and offset space reconstruction. Geophysics. 60(4):1169–1177.

Stein C.M. 1981. Estimation of the mean of a multivariate normal distribution. The Annals of Statistics. 9(6):1135–1151.

Tibshirani R. 1996. Regression shrinkage and selection via the lasso. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological). 58(1):267–288.

Trad D., Ulrych T., Sacchi M. 2003. Latest views of the sparse Radon transform. Geophysics. 68(1):386–399.

Wahba G. 1990. Spline Models for Observational Data. Philadelphia, SIAM, 1990.

Zhang Q., Wang H., Chen W., Huang G. 2021. A local Radon transform for seismic random noise attenuation. Journal of Applied Geophysics. 186:104264. DOI: 10.1016/j.jappgeo.2021.104264 EDN: RVDOBX

Zou H., Hastie T., Tibshirani R. 2007. On the “degrees of freedom” of the lasso. The Annals of Statistics. 35(5):2173–2192.